Ⓐ

数　　　学

第１問

(1) $\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ の分母を有理化すると $\sqrt{\boxed{\text{ア}}}-\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$ である．

また，

$$\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{1}}+\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}-\boxed{\text{エ}}$$

である．

(2) 正の整数 x, y は $x^2-y^2+x+y=6$ を満たすとする．

このとき，左辺を因数分解して

$$(x+y)\left(x-y+\boxed{\text{オ}}\right)=6$$

となるから

$$(x,\ y)=\left(\boxed{\text{カ}},\ \boxed{\text{キ}}\right),\ \left(\boxed{\text{ク}},\ \boxed{\text{ケ}}\right)$$

である．ただし，$\boxed{\text{カ}}>\boxed{\text{ク}}$ とする．

(3) $0^\circ<\theta<90^\circ$ とする．

$$\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}=5$$

のとき，

$$\sin\theta\cos\theta=\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}},\quad \sin\theta+\cos\theta=\frac{\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である．

第２問

(1)

(i)　不等式 $|x-1|<3$ を解くと

$$\boxed{\text{アイ}} < x < \boxed{\text{ウ}}$$

である.

(ii)　不等式 $|x| > \frac{1}{2}x+3$ を解くと

$$x < \boxed{\text{エオ}}, \quad \boxed{\text{カ}} < x$$

である.

(2)　2次関数

$$y = -x^2 - 2x + 3 \quad \cdots ①$$

のグラフの頂点の座標は $\left(\boxed{\text{キク}}, \boxed{\text{ケ}}\right)$ である.

また，①のグラフを x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動すると，関数 $y=f(x)$ のグラフが得られるものとする.

$4 \leqq x \leqq 8$ における $f(x)$ の最大値が $f(4)$ になるような p の値の範囲は

$$p \leqq \boxed{\text{コ}}$$

であり，最小値が $f(4)$ になるような p の値の範囲は

$$p \geqq \boxed{\text{サ}}$$

である.

また，2次不等式 $f(x)>0$ の解が $7<x<9$ になるのは

$$p = \boxed{\text{シ}}, \quad q = \boxed{\text{スセ}}$$

のときである.

第3問

$\triangle$ABC において，$AB = 3$，$BC = 2\sqrt{3}$，$AC = 3$ とし，線分 AB を B の方向へ延長し，延長線上に $AD = 4$ である点 D をとる．

このとき，

$$\cos\angle BAC = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\quad DC = \sqrt{\boxed{\text{ウエ}}},\quad \cos\angle DBC = \frac{\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である．

$\triangle$BDC の外接円を K とし，K の中心を O とする．このとき，K の半径は

$$\frac{\sqrt{\boxed{\text{クケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である．

辺 BC の垂直二等分線を l とする．線分 OA が l 上にあることに注意すると，

$$OA = \frac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である．

直線 OA と直線 DC の交点を E とするとき，

$$\frac{DE}{EC} = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である．

第４問

$\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$ の８枚のカードが入った袋がある.

(1) 袋から４枚のカードを取り出してそれらを横一列に並べて整数を作る. 全部で **アイウエ** 通りの４桁の整数を作ることができ, その中でも偶数であるものは **オカキ** 通り, ４で割り切れる数は **クケコ** 通りである.

(2) 袋から４枚のカードを取り出す. 取り出した４枚のカードの中に $\boxed{3}$ のカードが入っている確率は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である.

次のように得点を定める.

- 取り出した４枚のカードの中に $\boxed{3}$ のカードが入っていない場合は, 得点を０点とする.
- 取り出した４枚のカードの中に $\boxed{3}$ のカードが入っている場合は, この４枚のカードを, 書かれている数の小さい順に並べ, $\boxed{3}$ のカードが小さい方から k 番目 ($k=1$, 2, 3, 4) にあるとき, 得点を k 点とする.

このとき, 得点が４点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$, ３点となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である.

また, ０点〜４点の各得点について, 得られる確率が２番目に高いのは **テ** 点である.